Dirección de Educación de Adultos

Documento sobre el enfoque de ense¶anza de Matematicas

Desafíos y tensiones de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas primarias de jóvenes y adultos

---

Al pensar la enseñanza de las matemáticas de la escuela primaria para la modalidad de jóvenes y adultos suelen aparecer algunas preguntas: ¿cuáles aspectos del Diseño Curricular vigente para la escuela primaria son posibles de ser también adoptados para las escuelas de adultos?, ¿cuáles no y por qué?, ¿cómo contemplar los variados recursos que los adultos ya manejan?, ¿cómo abordar la enseñanza de la matemática con adultos que no están alfabetizados?, ¿cómo vincular sus matemáticas con las matemáticas escolares?, ¿cuáles son las finalidades de la enseñanza de las matemáticas para esta población? Plantearemos aquí algunos criterios para abonar al debate sobre estas cuestiones.

I. Acerca de la continuidad del enfoque didáctico del Diseño Curricular de Primaria

El Diseño Curricular para la Educación Primaria de la Provincia de Buenos Aires (2008) adopta un determinado enfoque didáctico y una concepción particular de matemáticas y de matemáticas escolares que consideramos también potente para el trabajo con jóvenes y adultos. Recuperemos algunas ideas centrales allí presentes.

- *Las prácticas matemáticas también forman parte de los contenidos a enseñar. Resolver problemas, utilizar formas diversas de representación, desplegar un trabajo exploratorio, determinar la validez de una afirmación o reorganizar los conocimientos producidos son ejemplos de tipos de actividades que forman parte de lo que se espera que los estudiantes aprendan en la escuela simultáneamente a los contenidos más reconocidos.*

Ampliemos el sentido de la afirmación anterior con algunos ejemplos. En la enseñanza clásica se consideraba exclusivamente el dominio de las propiedades, definiciones, técnicas. En cambio desde esta perspectiva los “modos de hacer” matemática también se consideran una finalidad del trabajo. Al abordar por ejemplo las propiedades de los triángulos nos interesará que además de que los estudiantes aprendan la clasificación según sus lados y ángulos o las propiedades de sus lados y ángulos interiores que puedan entrar progresivamente en las maneras propias de producir en matemática. Al resolver un problema como “¿existen los triángulos equiláteros obtusángulos?” los estudiantes tendrán que desplegar una actividad exploratoria.

[1] Se agradecen los aportes recibidos del equipo central de Capacitación y de los Equipos Técnicos Regionales de Matemática.

Algunos intentarán dibujarlo y no lo lograrán. Algunos dirán que existen pero no "les sale". Otros en cambio se apoyarán en la propiedad de la suma de los ángulos interiores y usarán intuitivamente que si los tres lados son iguales también lo son sus ángulos y por lo tanto medirán 60º cada uno. El trabajo en el aula a partir de los diferentes abordajes de los estudiantes involucrará cierto tipo de prácticas exploratorias tales como ensayar, equivocarse, abandonar una manera de pensarlo, probar por otro lado, con otros recursos, etc. También el trabajo colectivo podrá involucrar un debate acerca de los límites del dibujo para determinar la verdad de una afirmación, iniciándose en una clase de trabajo propio de esta disciplina. El docente podrá promover luego de los intercambios un momento de sistematización o reorganización de lo producido de manera colectiva: "nos dimos cuenta de que dibujando no sabemos si no nos sale o si no es posible", "fue preciso apoyarse en las propiedades para determinar con certeza que no existen", "los triángulos obtusángulos pueden ser escalenos o isósceles pero no equiláteros", etc. Este ejemplo simplemente busca ilustrar que mientras los estudiantes estudian los triángulos están aprendiendo "otra cosa": cómo se produce el conocimiento matemático. Por ello decimos que las prácticas matemáticas son también objeto de trabajo en la escuela primaria, tanto con los estudiantes como con los jóvenes y adultos.

- *El quehacer matemático mediante el cual un conocimiento ha sido aprendido se encuentra estrechamente ligado al sentido que los contenidos adquieren. Las clases de problemas y de prácticas asociadas a cada concepto forman parte de ese concepto aprendido.*

Hemos ejemplificado anteriormente a qué nos referimos con prácticas matemáticas. Los estudiantes no aprenden lo mismo sobre los triángulos si se comunican directamente definiciones y propiedades que si producen colectivamente conocimientos a partir de problemas que involucren prácticas matemáticas diversas. Ampliemos ahora a qué nos referimos con que los conocimientos están ligados a las clases de problemas. La enseñanza clásica suponía que una vez que los objetos se definían y mostraban los estudiantes podían aprenderlos y usarlos. Ahora sabemos que los conocimientos se amplían a medida que conocemos más clases de problemas en los que ese conocimiento es medio de solución. Si tomamos las fracciones podemos presentarlas a partir de problemas de parte y todo ("¿Qué parte está pintada en este dibujo? O "Este dibujo representa ¾. Dibujá diferentes enteros posibles") pero también a partir de problemas de reparto ("¿Cuánta pizza come cada uno si se reparten 3 pizzetas entre 4 personas de tal manera que todos coman la misma cantidad y no sobre nada?). Los estudiantes no aprenden las fracciones "de una vez y para siempre" sino que sus conocimientos sobre las fracciones estarán asociados a las clases de problemas en los que los aprendieron. Si solamente presentamos las fracciones a través una clase de problemas, los estudiantes no necesariamente reconocerán su uso en otros. Para cada contenido hay una gran variedad de clases de sentidos que pueden tratarse de manera de ir ampliando progresivamente los conocimientos.

- *Es necesario que los estudiantes se enfrenten a nuevos problemas que favorezcan procesos constructivos a partir de poner en juego sus conocimientos y producir nuevos. Este proceso exige elaboraciones y reelaboraciones sucesivas por parte de los estudiantes que deberán promoverse desde la enseñanza.*

Sabemos, por ejemplo, que los estudiantes jóvenes y adultos disponen de una variedad de recursos para resolver problemas que de algún modo ponen en juego un análisis del valor posicional. Pueden determinar cuántos billetes o monedas de $1, $10 y $100 se precisan para pagar $ 345, calcular cuánto dinero se forma con 3 billetes de $100, 4 de $10 y 5 monedas de $1. En todos estos ejemplos los estudiantes identifican el valor de un número según la posición. Sin embargo esto no significa que dispongan de un conocimiento formalizado o sistematizado sobre el agrupamiento recursivo, la posicionalidad, la idea de potencias de 10 propias de nuestro sistema de numeración. Una enseñanza que inicia el estudio del valor posicional por medio de la comunicación directa del saber no permite tejer puentes con estos recursos. Pero a la vez estos recursos son insuficientes para resolver problemas más elaborados del mismo contenido como por ejemplo cuánto es preciso restar para "pasar" de 4567 a 4007 interpretando que el 5 "vale" 500 y el 6 "vale" 60 o sea que hay que restar 560 – y no 56 - . Se propone por lo tanto partir en todos los contenidos de aquellos sencillos problemas que los estudiantes sí puedan resolver de manera intuitiva y exploratoria para a partir de sus recursos producir nuevos reelaborando y ampliando progresivamente sus conocimientos.

- *Se busca favorecer y propiciar la aparición de una variedad de procedimientos posibles por parte de los estudiantes al resolver problemas. Interpretar modos de resolución y establecer relaciones ente ellos es parte del quehacer matemático.*

Por ejemplo si proponemos a jóvenes y a adultos resolver el problema "Un señor dispone de $ 325 para viáticos. Si cada día gasta $5, ¿para cuántos días le alcanza?" algunos estudiantes podrán contar de 5 en 5 hasta 325, otros podrán descontar 5 sucesivamente a 325, otros podrán realizar sumas sucesivas de 5 o bien agrupando 25 o 50 e ir controlando "cuántos cincos" entran, otros restarán sucesivamente 5 o 25 0 50, otros buscarán qué números multiplicado por 5 da 325 haciendo 5x 10, 5 x 20, 5 x 30, etc. O quizás algún estudiante reconozca la división 325:5 como un recurso que permite resolver este problema. El trabajo colectivo que se promueve implica generar un espacio de difusión y análisis de los distintos procedimientos, así como establecer relaciones entre uno y otros recursos. Se busca que todos los estudiantes puedan explicitar las maneras utilizadas, interpretar las estrategias ajenas, establecer puntos en común y diferencias así como apropiarse de nuevos recursos a reutilizar en próximos problemas. La diversidad de procedimientos es posible de ser desplegada a propósito de cualquier problema matemático y se apunta a instalarla como objeto de estudio y reflexión.

- *Los errores son parte del proceso constructivo, marcas visibles del estado de conocimiento. Algunos de los errores se fundamentan en explicaciones que tienen su propia lógica. Comprenderla y colaborar para su superación requiere de un trabajo colectivo y sistemático dentro del aula.*

Ejemplos de errores sistemáticos pueden encontrarse en las escrituras numéricas. Tanto estudiantes como adultos al explorar la ampliación de la serie numérica pueden producir escrituras aditivas que reflejan la numeración hablada, tal como escribir 200014 para "dos mil catorce" escribiendo primero dos mil y luego catorce. Al explorar expresiones decimales también son típicos errores considerar que 4,12 es mayor que 4,2 porque tiene más cifras decimales o porque 12 es mayor que 2. Esta clase de errores y muchos otros pueden ser anticipados en la enseñanza de tal manera que su tratamiento en el aula permita generar un espacio de reflexión y un análisis colectivo de cuáles son las ideas "lógicas" que subyacen a los mismos de tal manera de favorecer su comprensión, explicitación y superación.

- *Se intenta favorecer tanto la producción de representaciones propias por parte de los estudiantes durante la exploración de ciertos problemas, como el análisis, el estudio y uso de diversas formas de representación de la matemática.*

Hemos mencionado ejemplos del tipo de trabajo exploratorio que se propone en torno a diferentes clases de problemas. Durante estos momentos es esperable que los estudiantes produzcan formas de representar propias que solo a veces coinciden con las formas convencionales. Por ejemplo al resolver el problema "¿Cuánto es la mitad de ¾?" algunos estudiantes podrán escribir 1,5/4. Sin duda es correcto pensar en "un cuarto y medio" sin embargo esa escritura no se utiliza como fracción – aunque es correcta pensarla como una división - . Los estudiantes podrán desplegar sus propias representaciones y el docente podrá generar espacios tanto para analizar las formas de representación producidas por los estudiantes, como para acercarles formas convencionales que se espera que conozcan y usen (escrituras decimales y fraccionarias, rectas numéricas, gráficos de coordenadas, representaciones simbólicas geométricas, etc.).

- *Se promueve que los estudiantes expliciten las conjeturas que van elaborando y que puedan, progresivamente dar cuenta de la verdad o falsedad de los resultados que encuentran y de las relaciones que establecen.*

Por ejemplo al resolver el problema "Si 400 – 150 = 300, ¿cuánto será 400 – 151?" muchos estudiantes identifican que se agrega 1 a 151 y consideran que entonces hay que agregarle al resultado 1, obteniendo 301 en lugar de 299. Los estudiantes ponen en juego implícitamente teorías o conjeturas que precisan ser explicitadas para luego determinar si son válidas o no. En el ejemplo mencionado se espera que puedan reconocer que si se agrega 1 entonces el resultado disminuirá en 1 en lugar de aumentar, dado que aumenta la cantidad que se resta. Al resolver luego "Si 300 – 220 = 80, cuánto será 301 – 220?" tal vez algunos estudiantes generalicen que será preciso entonces restar 1 al resultado a partir de lo estudiado en el ejemplo anterior. Analizar y descartar esa conjetura reelaborando una nueva más adaptada y superadora es parte del trabajo matemático que se espera instalar, por ejemplo: "nos dimos cuenta que si agrega 1 al primer número de la resta se aumenta el resultado, pero si se aumenta en 1 el número que se resta la cantidad disminuye". Elaborar, explicitar y validar estas "teorías" es parte del quehacer matemático.

Esta forma de entender el trabajo de los estudiantes en la escuela es coherente con una concepción de matemática como un producto social, histórico, en permanente transformación, fruto de necesidades externas e internas y de reorganizaciones sucesivas. El aula puede aproximarse a esta idea de una comunidad que produce y en el marco de esa producción los objetos matemáticos se visitan una y otra vez "mirando" nuevas relaciones, representaciones, recursos y técnicas. Por ello se sostiene también del enfoque didáctico que adopta el diseño curricular para la escuela primaria común la necesidad de pensar la enseñanza a través de un conjunto de clases en las que un contenido viva durante varias clases, en una secuencia de complejidad creciente.

En los ejemplos anteriores hemos puesto en juego una cierta acepción acerca de qué es un problema. Vale la pena explicitar que concebimos al problema como una situación que al estudiante le presenta un desafío, que reviste cierta complejidad. Esa complejidad debe ser atrapable por el estudiante, esto significa que a pesar de que no tiene la totalidad de los recursos para su resolución más económica o canónica puede desplegar recursos propios para iniciar el proceso exploratorio, aún cuando no logre terminar de resolver el problema exitosamente. Desde este punto de vista - es también preciso aclararlo – los problemas no siempre tienen un enunciado verbal y exigen una respuesta numérica. Un problema también puede ser la construcción de un triángulo o la determinación de la validez de una afirmación (¿Será verdad que todos los múltiplos de 4 son también múltiplos de 2?). A veces los problemas se presentan en contextos de uso social (¿Cuántos billetes de $10 se precisan para pagar $876?), pero en otras ocasiones se presentan problemas descontextualizados o en contextos puramente matemáticos (¿Qué número está justo en el medio entre 3,4 y 3, 5?, ¿Será verdad que un milímetro entra un millón de veces en un kilómetro?). En la enseñanza de cada contenido es posible pensar en secuencias de problemas en los que haya una variedad de problemas: con enunciados, con gráficos, con tablas, con dibujos, que impliquen responder a una pregunta, que exijan determinar la validez de una afirmación, que exijan explorar dibujando, que sean contextualizados, que sean puramente matemáticos, etc.)

Creemos haber explicitado entonces a partir de las ideas anteriores que tanto la concepción de matemática como la de la enseñanza de matemática adoptadas en el Diseño Curricular vigente para la educación primaria común son absolutamente pertinentes y fértiles para pensar en la enseñanza de la matemática a jóvenes y adultos.

II. <u>Sobre la especificidad de la enseñanza a jóvenes y adultos</u>

A pesar de la continuidad con el enfoque didáctico adoptado es preciso considerar la especificidad de esta población al pensar en la secuenciación de contenidos.

Para empezar muchos estudiantes de esta modalidad tienen ahora su primera oportunidad de acceso a la escuela, pero muchos otros han abandonado sus estudios primarios como producto de una serie de fracasos reiterados que si bien han estado combinados con otros factores (laborales, familiares, migratorios, económicos, etc.) podemos reconocer que la escuela como institución no los ha logrado retener ni ha logrado ser vista como parte de sus proyectos de vida. Esto nos pone en un primer "aprieto": ¿cómo no seguir reproduciendo las mismas condiciones de enseñanza que los llevaron a la repetición, o a la deserción, a la sensación de fracaso o de ajenidad? Las historias escolares truncas, aunque lejanas, son un punto de partida que nos obliga a revisar explícitamente qué condiciones serán necesarias ahora para generar una oportunidad nueva y diferente, no solo porque tienen muchos años más sino porque tienen atrás una historia escolar poco feliz. Esta cuestión ya es suficiente para pensar en las "discontinuidades" respecto de la enseñanza a estudiantes pequeños. Profundicemos un poco más en estas diferencias poniendo el énfasis en lo que sí tienen "a favor" respecto de los estudiantes pequeños. Por un lado en muchos casos contamos con una profunda decisión de volver a estudiar, voluntad de aprender, cierta sensación de oportunidad para ahora saldar una deuda pendiente. Pero además disponen de muchos recursos matemáticos. Profundicemos esta cuestión.

Los jóvenes y adultos que inician la escolaridad primaria cuentan con una gran variedad de conocimientos matemáticos, conocimientos más amplios, efectivos, diversificados que los de los estudiantes que inician primer grado. Este caudal de recursos informales les permite resolver numerosas clases de problemas y los ubica en una posición muy diferente de la población infantil en el inicio de la escuela primaria. Muchos estudios y la experiencia de docentes nos han permitido identificar que los adultos – aún los no alfabetizados - pueden leer y escribir números de diversa cantidad de cifras, resuelven de manera oral variados problemas aritméticos que involucran a las cuatro operaciones, utilizan procedimientos de cálculo mental y han elaborado conocimientos sobre la medida. Estos aprendizajes han sido elaborados a partir de interacciones con problemas prácticos del mundo cotidiano, en situaciones comerciales, laborales, en ámbitos familiares o bien en sus interrumpidas experiencias escolares.

Muchos adultos que empiezan la escuela primaria tienen un dominio de la numeración hablada y de la escrita profundamente superior al de los estudiantes que inician primer grado. Por ejemplo, leen y escriben convencionalmente números de una, dos, tres cifras, y algunos, de cuatro o cinco cifras aunque produzcan algunos errores sistemáticos. Este conocimiento es un objeto de estudio durante no menos de tres o cuatro años de la escolaridad primaria común.

Es frecuente encontrar que los jóvenes y adultos al iniciar la escuela primaria ya cuentan con diversos conocimientos sobre el valor posicional del sistema de numeración. Por ejemplo, identifican que es preciso usar 6 billetes de $ 100, 3 de $ 10 y 4 de $ 1 para pagar $ 634 con solo leer el número, o logran con solo mirar las primeras cifras de cada número identificar que no alcanzan $500 para comprar dos objetos de $ 345 y $256. Estas clases de problemas aparecen como contenidos de la escuela primaria común en los primeros tres o cuatro años de escolaridad.

Muchos adultos reconocen los sentidos más sencillos de las cuatro operaciones; identifican la suma y la resta en problemas que exigen agregar, unir, perder, retroceder; también realizan cálculos mentales diversos para resolver situaciones de reparto y partición aunque consideren que no saben multiplicar y dividir. También ponen en juego propiedades de la proporcionalidad directa para resolver problemas con números redondos. Estos recursos constituyen contenidos centrales de 3º y 4º años en el Diseño Curricular de la educación primaria común.

La mayoría de los adultos realizan cálculos mentales exactos y aproximados en forma oral utilizando implícitamente las propiedades de las operaciones por medio de descomposiciones y composiciones con cantidades hasta 1.000 o 10.000 (por ejemplo 2000 + 300, 400 - 20, 100 + 84, 435 + 367 es más que 700, etc.) y tienen disponibles resultados memorizados (por ejemplo 30 + 30 + 30= 90, 1500 + 1500 = 3000, 200 + 200 = 400, etc.). Estas estrategias de cálculo constituyen contenidos de no menos de tres o cuatro años de escolaridad básica común.

Así aparecen estos contenidos en el Diseño Curricular en 3º año de la escuela primaria:

- Leer, escribir y ordenar números hasta aproximadamente 10.000 ó 15.000

- Resolver problemas que involucran el análisis del valor de la cifra según la posición que ocupa (en términos de "unos", "dieces", "cienes" y "miles").

- Resolver problemas de suma y resta que involucran distintos sentidos de estas operaciones: unir, agregar, ganar, avanzar, quitar, perder, retroceder, reconociendo y utilizando los cálculos que permiten resolverlos.

- Construir y utilizar estrategias de cálculo mental para resolver sumas y restas

- Explorar estrategias de cálculo aproximado de sumas y restas.

- Utilizar la calculadora para resolver cálculos y problemas de suma y resta y verificar resultados.

- Resolver problemas de repartos y particiones equitativas, organizaciones rectangulares, series proporcionales, por medio de diversos procedimientos y reconociendo, posteriormente, la división como la operación que resuelve este tipo de problemas.

- Resolver problemas que involucran diferentes sentidos de la multiplicación -series proporcionales y organizaciones rectangulares-, reconociendo y utilizando los cálculos que permiten resolverlos.

- Resolver cálculos mentales de multiplicación y división, a partir del uso de resultados conocidos y de diferentes descomposiciones.

- Resolver problemas de repartos y particiones equitativas, organizaciones rectangulares, series proporcionales, por medio de diversos procedimientos y reconociendo, posteriormente, la división como la operación que resuelve este tipo de problemas.

En la modalidad de adultos, en lugar de pensarse como la enseñanza de objetos nuevos, es posible realizar un abordaje dirigido a su reconocimiento, explicitación, análisis, sistematización y formalización en el marco de las matemáticas escolares que permita sin duda ampliar su dominio y campo de utilización. Además los adultos suelen identificar y explicitar sus dudas y tener conciencia de sus errores. Si bien la enseñanza de la matemática a adultos puede apuntar a puntos de llegada equivalentes a los de los estudiantes en términos formativos, al tener en cuenta "sus matemáticas" estamos señalando ciertas discontinuidades con la escolaridad infantil al concebir una distribución de contenidos.

Una tensión importante en la enseñanza de adultos es cómo partir de los recursos prácticos, intuitivos, orales, asistemáticos (a veces desvalorizados por los mismos estudiantes) y simultáneamente generar avances hacia ciertos recortes de la matemática reconocidos como productos culturales y sociales valiosos. Las clases de matemática pueden apuntar a que los estudiantes desplieguen desde el inicio sus conocimientos informales en situaciones problemáticas propuestas por sus docentes, buscando que puedan tomar conciencia y valorar los recursos de los que disponen, establecer nexos entre sus conocimientos y aquellos que quieren aprender o que el docente propone enseñarles, mientras van ampliando el tipo de prácticas matemáticas y valorando un espacio de producción colectiva de conocimientos nuevos en el aula.

Cualquier perspectiva didáctica que oculta los conocimientos disponibles de los sujetos a los cuales se dirige la enseñanza implica un silenciamiento de sus voces, pero este ocultamiento representa una violencia simbólica mayor en el caso de los adultos, tanto por su gran variedad de conocimientos extraescolares disponibles como por sus delicadas historias de exclusión social y escolar.

La enseñanza clásica o tradicional que comunica los recortes de saber como si fueran nuevos e ignora la gran cantidad y variedad de conocimientos matemáticos de los adultos puede favorecer el abandono o la expulsión de los estudiantes de la escuela, instalar un rechazo por el trabajo formalizado y abonar a la idea de “yo no sirvo para las matemáticas”. Las matemáticas “expuestas”, “mostradas”, “presentadas” podrían ser percibidas por los adultos no escolarizados como objetos cuya prolijidad y formalización aleja, espectáculos elaborados por otros y distantes de los propios recursos. En oposición a esta perspectiva consideramos que en el aula se debe generar un clima de intercambio, debate, reflexión y análisis de recursos usados por los propios adultos como punto de partida para llegar luego a cierta formalización y sistematización de recursos disponibles o nuevos.

Ahora bien, no resulta sencillo concebir al aula como un espacio de producción colectivo de conocimientos en el caso de la modalidad de adultos frente a la amplia heterogeneidad de los conocimientos disponibles de los estudiantes. Para que haya debates y discusiones en torno a los recursos usados y elaborados, o un momento de análisis acerca de la validez de las conjeturas producidas por los estudiantes en interacción con ciertos problemas será preciso que en algunos momentos los estudiantes estén tratando con una misma clase de problemas, aunque sus variables didácticas difieran. Veamos un ejemplo. Frente al estudio del valor posicional diferentes estudiantes podrían estar en la misma clase resolviendo problemas próximos pero de complejidad variable. Por ejemplo:

a) Buscá tres maneras distintas de pagar $87 usando los billetes y monedas que usamos habitualmente.
b) ¿Cuántos billetes y monedas de $1 y $10 y $100 se precisarán para pagar justo $46?
c) ¿Cuántos billetes y monedas de $1, $10 y $100 se precisarán para pagar justo $462?
d) ¿Cuántos billetes y monedas de $1, $10 y $100 se precisarán para pagar justo $4625?
e) ¿Cuántos billetes de $10 se precisarán para pagar $4625? ¿Se puede pagar justo con esos billetes?
f) ¿Es verdad que con 34 billetes de $100 alcanza para pagar $3467?

g) Juan quiere sacar del cajero automático $1943 pero el cajero informa que solo tiene billetes de $100. ¿Cuánto dinero debe pedir entonces? ¿Cuántos billetes recibirá?
h) En un país hay billetes de 1,10, 100, 1.000, 10.000 y 100.00. ¿Cómo podrá pagarse 4.563.457 con la menor cantidad de billetes?
i) Un cajero escribió este cálculo 45x10000 + 3x1000 + 2 x 100 + 5 x10 + 9 x1. ¿Cuánto habrá pagado y con qué billetes de cada clase?

Podemos pensar en una clase en la que haya estudiantes resolviendo problemas diferentes como los anteriores pero que tienen en común el contenido (valor posicional), el contexto (el dinero) para generar un espacio de puesta en común que permita discutir cómo "mirando" el número es posible encontrar información acerca de la cantidad de billetes de cada clase analizando la relación entre la posición de la cifra y el valor que adopta.

III. La finalidad de la enseñanza de las matemáticas en la modalidad

Una manera posible de pensar la enseñanza de la matemática a adultos es que en la escuela los estudiantes podrán elaborar y conocer recursos para resolver de modos más económicos y ajustados los mismos problemas prácticos que los estudiantes ya resuelven fuera de la escuela. Pero consideramos que si bien la sistematización y ampliación de conocimientos es un fin esencial de la escuela, también lo es generar una entrada a las matemáticas que permita un trabajo en el que los adultos sientan placer por resolver problemas. Apostamos a que los estudiantes, desde su inicio en la escolaridad primaria, puedan encontrarse con algunos momentos de trabajo en los cuales la reflexión apunte a introducirlos en un modo de pensar propio de la matemática, sobre objetos y formas de representación específicos de esta disciplina.

Sabemos que los adultos no asisten a la escuela solamente a aprender a resolver problemas de la vida cotidiana o del ámbito laboral de una manera más eficiente. En oposición a aquellas perspectivas que suponen que la finalidad última y central de la enseñanza es su utilización práctica reconocemos que algunos estudiantes adultos también van a la escuela para tener por fin una oportunidad de entrar en una porción de la cultura que solo funciona de esa manera en las instituciones de enseñanza. Se trata de ofrecerles la oportunidad de estudiar sobre unos objetos no necesariamente prácticos o útiles, ni cuyo fin sea estrictamente "la inmediatez".

La utilidad no es el único motor de estudio para los adultos. Estudiar otorga valor, permite vincularse de otro modo con el saber y con el aprender, ayuda a reposicionarse como sujeto en el mundo, en el trabajo, en la familia, permite transformarse a sí mismo y las relaciones con los otros.

Por ello destacamos la importancia de iniciar a los estudiantes en algunos momentos de trabajo matemático productivo, momentos en los cuales los adultos puedan discutir la validez de una estrategia, las distintas maneras de escribir un mismo cálculo, analizar las propiedades que usaron implícitamente. Estas cuestiones no apuntan solamente a un fin inmediato ligado al uso social, sino que abonan a aspectos formativos de más largo alcance, que ponen en juego otras ideas: "la escuela es también un lugar para mí" o "yo también puedo aprender y discutir sobre *cosas* matemáticas". Esta entrada en el estudio de la matemática implica tanto que los estudiantes puedan visitar objetos matemáticos nuevos, como que puedan introducirse en prácticas de debate, argumentación, reflexión, sistematización.

Una enseñanza centrada en la aplicación externa tendría el riesgo de negar a los estudiantes algo de lo que vienen a buscar en la escuela: lo diferente de lo que ya conocen y manejan[2].

La enseñanza de las matemáticas centrada en la vida cotidiana o el mundo laboral (a diferencia de la perspectiva clásica que comunica formalmente el recorte del saber) o la enseñanza de la matemática subsidiaria de proyectos centrados en contenidos de otras disciplinas se preocupa por el sentido, pero considera el sentido en términos estrictamente externos (utilitarios, prácticos, de oficio, profesionales, ciudadanos o ligados a otras áreas de conocimiento). Sin desmerecer la posibilidad de incluir el tratamiento de las matemáticas asociado a problemas cotidianos o a otras disciplinas compartimos la preocupación por aquellas perspectivas que consideran estas como las únicas vías de entrada o las únicas finalidades de su enseñanza.

La escuela – también la escuela a la que por fin acceden los adultos excluidos social y escolarmente – es un buen lugar para aprender sobre aquellos mundos que exceden la realidad circundante. Un buen lugar para generar espacios y tiempos cuya finalidad sea - por momentos al menos - la aventura del placer de aprender y saber. Las matemáticas tienen su especificidad y la escuela es el espacio institucional por excelencia que nuestra cultura ha inventado para adentrarse en modos peculiares de pensar y producir, en conocimientos específicos, en objetos que podrían considerarse en principio sin aplicación inmediata en la vida extraescolar.

Pensamos que negar a los adultos recortes de saber matemático y prácticas matemáticas asociadas a esos otros objetos por no tratarse de matemáticas cotidianas, reales, útiles, podría significar pauperizar la enseñanza de las matemáticas para adultos. Se corre el riesgo de instalar o fortalecer una escisión discriminante: enseñar matemáticas "cultas" a las clases medias y altas; enseñar matemáticas "prácticas" para los sectores populares.

En síntesis, creemos que la oposición a la enseñanza tradicional no necesariamente exige una concepción de utilidad, practicidad o integración de áreas. En las matemáticas escolares es posible instalar espacios colectivos de producción y transformación de conocimientos en los cuales la finalidad esté también ligada al tipo de actividad social, cultural e intelectual que se provoca.

[2] Para muchos adultos ser estudiante es un deseo en sí mismo y buscan en la escuela alejarse de su vida cotidiana para entrar en otros mundos posibles. Uno de esos mundos es la matemática. Veamos un ejemplo. En la escuela es posible discutir y justificar si 3 x 8 es lo mismo o no que 3 x 2 x 2, que 3 x 5 + 3 x 3 o que 3 x 10 – 3 x 2. Este problema sin duda excede el campo de lo práctico. Los estudiantes adultos no precisan asistir a la escuela para calcular cuánto cuestan 3 objetos si cada uno sale $8. Pero solo en una situación de enseñanza intencional y sistemática tendrán oportunidad de debatir acerca de la equivalencia de las operaciones planteadas, de las propiedades involucradas o de sus escrituras simbólicas.

IV. Algunas orientaciones para la enseñanza

Hemos discutido la idea de que la finalidad de la enseñanza sea necesariamente la utilización en la vida cotidiana. Sin embargo creemos que las matemáticas extraescolares si bien no son el punto de llegada pueden ser un buen punto de partida.

Partimos de la idea de que el modo de establecer "puentes" entre los conocimientos extraescolares de los estudiantes y un cierto nivel de explicitación y formalización es la resolución de problemas y la reflexión sobre ellos. Los problemas –que inicialmente pueden ser orales y estar contextualizados en el ámbito de situaciones cotidianas o laborales – deben ser seleccionados para que los estudiantes puedan resolverlos inicialmente sin grandes dificultades o saltos respecto de sus propios recursos. Sus resoluciones individuales posiblemente informales pueden convertirse en objeto de trabajo grupal de tal manera de explicitarlas, validarlas y valorarlas.

Un posible ejemplo de estos "puentes" puede pensarse en relación a los cálculos. Hemos mencionado que los adultos disponen de recursos de cálculo oral que les permiten resolver variados problemas de suma y resta. Por ejemplo para sumar 125 + 200 muchos descomponen oralmente 125 en 100 y 25, suman 200 + 100 y luego vuelven a sumar el 25. Utilizan implícitamente las propiedades conmutativa y asociativa de la suma. O para restar 345 – 50 agregan 5 a 345, lo piensan como 350, le restan mentalmente 50 y luego al resultado obtenido le quitan 5, usando también de manera implícita propiedades de la resta al operar mentalmente. También tienen cierto dominio del cálculo estimativo y pueden justificar por qué 356 + 461 dará más que 700 y menos que 1000. Una enseñanza que comunicara los algoritmos de suma y resta desconociendo esta gran variedad de recursos de cálculo mental oral exacto y estimativo, o que comunicara las propiedades de las operaciones desconociendo el uso implícito que de ellas hacen los estudiantes implicaría una desvalorización y negación de los conocimientos de los estudiantes, podría provocar una ruptura o rechazo, lejanía o temor de las matemáticas escolares. Por el contrario una enseñanza que promoviera la aparición, explicitación, sistematización y valoración de los recursos disponibles podría generar articulaciones entre los puntos de partida y los conocimientos que se intenta enseñar. Si bien hemos dado aquí un ejemplo de cálculos orales podemos reconocer conocimientos extraescolares de los jóvenes y adultos para todos los contenidos de la escolaridad primaria. Es responsabilidad de la enseñanza promover su aparición en el aula y su valoración.

Ahora bien, también muchos jóvenes y adultos tienen disponibles técnicas o partes de ellas que han sido aprendidas en sus irregulares tránsitos por la escuela o en interacción con familiares que son estudiantes de escuelas. Muchas veces estos recursos son usados eficientemente, en otros casos esto no ocurre. En ocasiones se trata de conocimientos que no saben cuándo utilizar o de técnicas cuyos misterios desconocen. También es responsabilidad de la escuela retomar estas matemáticas escolares como punto de partida, tanto si su uso es exitoso como si no, si hay un dominio de ellas o apenas unos recuerdos aislados. Frente al trabajo con cualquier contenido escolar es posible recuperar y cargar de nuevos sentidos estos recursos, explorar las razones que subyacen a estos métodos y vincularlos a sus conocimientos informales, intuitivos aprendidos extraescolarmente o a los nuevos objetos de estudio escolar.

La escritura de las estrategias usadas para resolver problemas reviste para los adultos una enorme complejidad ya que muchos de ellos no dominan la lectura y escritura. El docente será quien deba al principio producir una escritura lo más próxima posible a las estrategias de resolución orales usadas por los estudiantes y los anime a interpretarlas. Se trata de un complejo proceso de mediación entre los recursos informales de los estudiantes y las posibles maneras de escribir procedimientos y resultados en matemática. En muchos casos, entre los mismos estudiantes, circulan de manera espontánea diversas resoluciones y formas de representación de un problema que el docente podrá socializar. En otras ocasiones estas escrituras (números, cálculos, símbolos, cuadros, etc.) serán propuestas por el docente. Encontramos aquí una tensión: si el docente no hiciera circular recursos nuevos para problemas conocidos no estaría promoviendo el avance de los conocimientos; y de manera opuesta, si presentara inmediatamente recursos y representaciones nuevas alejadas de los recursos usados estaría instalando un corte abrupto entre los conocimientos disponibles y aquellos que quiere enseñar, abonando a un mayor distanciamiento con el consecuente riesgo de rechazo, frustración o abandono. Sabemos que el "puente" que permite establecer dichos engarces es "finito".

Con la intención de traer a la escena del aula los recursos disponibles, y de instalar un trabajo en torno a la resolución de problemas y la reflexión sobre los mismos se propone que el docente propicie desde las primeras clases los siguientes aspectos:

- La resolución oral de problemas diversos en los que pongan en juego implícita o explícitamente problemas variados,
- la toma de conciencia de los conocimientos numéricos y de cálculo disponibles por parte de los estudiantes,
- un espacio de valoración y difusión de la variedad de recursos, estrategias y conocimientos de los estudiantes,
- momentos de difusión e intercambio de conocimientos entre estudiantes,
- discusiones o debates en torno a la pertinencia y validez de las diferentes maneras de resolver cada problema,
- un proceso que apunte a la progresiva representación escrita de los recursos utilizados y de las relaciones establecidas a propósito de ciertos problemas,
- el uso de la calculadora – incluida la de los teléfonos celulares - como un recurso permanente para resolver problemas numéricos, para resolver cálculos y para verificar resultados obtenidos por medio de otras estrategias,
- un clima de trabajo en el cual los estudiantes tengan momentos individuales o en parejas para resolver problemas en el que se sientan animados a probar sabiendo que los errores y producciones no convencionales serán fuente de trabajo para todos (y no desvíos, desaciertos, distracciones o ignorancias de saber).

Las ideas planteadas en este documento intentan promover interacciones entre colegas que sean fértiles para instalar o retomar algunos debates y para avanzar en la producción didáctica y curricular específica para esta modalidad.

V. Orientaciones para la evaluación

La evaluación en la escuela permite recabar información para tomar decisiones de manera más racional y fundamentada con la finalidad de reorientar permanentemente la enseñanza.

En la gestión de las clases en torno a un contenido, el maestro habitualmente releva información sobre el proceso de enseñanza. Utiliza para ello -en diferentes momentos- instancias de trabajo individual o colectivo, producciones de los estudiantes orales y/o escritas. Esta información le permite tomar decisiones acerca de qué aspectos precisan ser enfatizados, qué relaciones nuevas están disponibles para la mayor parte de los estudiantes, cuáles conocimientos creía que los estudiantes dominaban como punto de partida y requieren ser enseñados nuevamente, etc.

También, en otros momentos, el docente decide utilizar instrumentos de evaluación individual para obtener información sobre la marcha de los aprendizajes de cada estudiante. En este punto, un desafío implica evaluar exclusivamente los progresos de cada estudiante en relación con los conocimientos que él mismo tenía y en relación con lo que ha sido enseñado en el aula, lo que ha sido objeto de trabajo.

Se ha señalado la importancia –en el momento de la enseñanza- de una fuerte presencia de problemas "nuevos" que exigen desplegar un trabajo exploratorio. En cambio, en la instancia de evaluación, será oportuno que los estudiantes se encuentren con problemas ya conocidos, justamente porque se trata de evaluar si aquello que tenía estatus de "novedoso" se ha vuelto progresivamente conocido para los estudiantes como producto del trabajo sistemático que se ha desplegado en las clases. Para que en las instancias de evaluación individual no haya señal de "novedad", es necesario que los estudiantes se enfrenten a tipos de problemas similares a los que han venido estudiando durante un tiempo en la clase.

Es necesario aclarar que para aquellos problemas más complejos sobre los que se sugiere realizar un trabajo exploratorio no se espera una evaluación individual. Este criterio significa instalar la idea de que no todo aquello que se enseña es preciso que sea evaluado individualmente. La escuela debe ofrecer numerosas oportunidades de aprendizaje, pero se espera que sólo un recorte de los contenidos enseñados y de los conocimientos que circulan sea dominado por los estudiantes en forma individual y en un ciclo determinado.

A veces la evaluación tiene una función diferente a la de evaluar los resultados de la enseñanza: permite relevar información sobre el punto de partida de los conocimientos de los estudiantes en torno a un cierto contenido. Esta clase de evaluación cumple más la función de diagnóstico y debería permitir planificar la enseñanza acorde con lo que dicho diagnóstico informa. Se trata de identificar qué conocimientos están disponibles. En la modalidad de jóvenes y adultos una función que a veces tiene la evaluación diagnóstica es determinar el ciclo que se propone que el estudiante curse.

Una función de la evaluación es también sin duda recabar información sobre cuáles estudiantes aún no tienen disponibles los nuevos recursos sobre los que se ha venido trabajando durante un tiempo en la clase. Es por cierto la información más compleja que devuelve la evaluación. Incluso, a veces, suele generar una sensación de fracaso y frustración tanto para el docente como para el estudiante. Es responsabilidad de toda la institución escolar encontrar y prever nuevas instancias de enseñanza –y no sólo de evaluación – para los estudiantes que lo precisaran. Algunas de estas instancias requerirán nuevas propuestas de enseñanza -diferentes a las ya ofrecidas- y serán provistas por sus maestros, por otros docentes de la escuela, por el equipo directivo, dentro o fuera del aula, dentro o fuera del horario escolar. Es responsabilidad de toda la escuela garantizar el progreso de todos los estudiantes aún cuando se desafíen los habituales tiempos y secuenciaciones del tiempo escolar.

Como se ha venido desarrollando, el abordaje de un nuevo contenido implica -entre otras cuestiones- nuevos problemas que provoquen un trabajo exploratorio, momentos de comunicación y análisis de respuestas y estrategias, espacios de argumentación y búsqueda de la verdad, análisis colectivo de errores y aciertos, instancias de sistematización, nueva información y recursos provistos por el docente, reconocimiento de los avances en las técnicas y formas de representación de una clase de problemas. De este modo, se pretende lograr progresos en los niveles de conocimiento de los estudiantes. Ahora bien, en el marco de dicho proceso es necesario incluir también momentos de “estudio”: además de participar de las clases, los estudiantes necesitan de una actividad personal que les permita un retorno reflexivo sobre el trabajo que se viene realizando.

Pero, ¿cómo se estudia Matemática? La escuela, además de crear medios para que los estudiantes aprendan en el aula, debe proporcionarles instrumentos para que puedan seguir estudiando. La enseñanza debe hacerse cargo de brindar elementos y proponer actividades en clase y fuera de ella que orienten el estudio. Se trata de considerar como un objetivo de enseñanza en clase el "enseñar a estudiar". Algunos ejemplos de esta clase de actividades pueden ser las siguientes: releer las conclusiones elaboradas en forma colectiva, rehacer los problemas más complejos, realizar un “simulacro” de evaluación con problemas similares a los que tendrá una prueba escrita, revisar problemas solucionados para reflexionar sobre las estrategias usadas, agrupar problemas ya resueltos en “tipos de problemas”, preparar en pequeños grupos ensayos de pruebas con selección de problemas a partir de consultar los realizados en cuadernos o carpetas, elaborar carátulas o folios que permitan ordenar e identificar temas, elaborar “machetes” con información que se necesita retener, confeccionar y consultar carteles o afiches, rehacer en pequeños grupos pruebas, organizar tutorías entre estudiantes para que ayuden a otros con los temas que más dominan, entre otras propuestas.

Esta idea de “estudio” implica involucrar a los estudiantes en la toma de conciencia sobre qué nuevos conocimientos tienen disponibles. Anticipar con los estudiantes la variedad de aspectos de un tema les permitirá organizar su trabajo y desarrollar progresivamente un cierto nivel de autonomía, incluso para el estudio frente a una prueba escrita.

Ahora bien, para que sea posible el progreso de los conocimientos de los estudiantes es preciso también recordar cuáles son las responsabilidades de la escuela y no solamente la de los estudiantes. Desde la perspectiva del Diseño Curricular vigente se sostiene la idea de que la escuela es responsable de:

- difundir la idea de que el saber matemático es un bien social en permanente transformación, patrimonio de la humanidad y merece ser transmitido, conservado y ampliado;
- generar las condiciones didácticas e institucionales que permitan a los estudiantes vincularse con experiencias matemáticas formativas, es decir, que pongan en juego las reglas del trabajo intelectual, del debate y de la toma de decisiones (y no exclusivamente con experiencias matemáticas utilitarias, mecánicas, algorítmicas o dirigidas al dominio de ciertas técnicas);
- transmitir la convicción de que la matemática pueden ser aprendida por todos los estudiantes a través de un trabajo sistemático (en lugar de ser pensada como un don o una capacidad “natural”);
- brindar la oportunidad de usar los conocimientos que poseen los estudiantes como punto de partida (en lugar de enseñar los contenidos desconociendo los posibles anclajes con los recursos disponibles);
- promover que el aula sea un espacio de construcción colectiva de conocimientos matemáticos (en lugar de pensarlo como una sumatoria de actividades prácticas y ejercicios individuales simultáneos);
- instalar prácticas en las que se muestre que es valioso para todos los estudiantes trabajar sobre los aciertos y los errores propios y ajenos;
- propiciar la ampliación, revisión y reorganización de los objetos matemáticos con los que interactúan los estudiantes a lo largo de los diferentes ciclos;
- organizar condiciones didácticas e institucionales que ofrezcan a los estudiantes todas las oportunidades y dispositivos que precisan para aprender (aún cuando estos dispositivos desafíen la organización espacial y temporal de las escuelas).

VI. Propuesta de selección de contenidos

Números naturales y sus operaciones (primera parte)

Resolución de problemas orales y escritos de suma y resta que involucren los sentidos más sencillos (agregar, unir, quitar, perder, distancia entre números) por medio de cálculos mentales (con números redondos) o usando la calculadora (incluyendo la del teléfono celular) para números no redondos.

Resolución de problemas variados que exijan la lectura, escritura y orden de números naturales de varias cifras de manera conjunta inicialmente en el contexto del dinero y luego en situaciones descontextualizadas (sin presentar los números de 1 en 1 ni poner un límite al tamaño máximo de exploración). Uso como fuente de consulta de la información provista por el docente sobre los nombres y escrituras de números redondos de diferentes tamaños (10, 100, 1.000, 10.000, 100.000, etc.).

Resolución de problemas que exijan descomponer y componer cantidades en 1, 10 y 100 en el contexto del dinero o en otros contextos. Resolución de problemas que involucren analizar el valor posicional a partir de sumar y restar 1, 10, 100 y 1000, etc. interpretando la información provista por la escritura de los números.

Resolución de sencillos problemas multiplicativos (orales y escritos) que involucran series proporcionales, organizaciones rectangulares, repartos y particiones con números pequeños o redondos por medio de diversos procedimientos de cálculo mental y uso de la calculadora analizando las diversas operaciones que permiten resolverlos..

Cálculos mentales (orales y escritos) de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con números redondos de variada cantidad de cifras realizando diferentes descomposiciones y poniendo en juego – aunque sin usar necesariamente sus nombres – las propiedades de las operaciones.

Resolución de cálculos estimativos de suma y resta por medio del redondeo tanto para resolver problemas como para anticipar y controlar los resultados de cálculos exactos.

Uso de la calculadora (desde los primeros días de clase, inclusive la del teléfono celular) para resolver problemas de las cuatro operaciones con uno o más pasos y para verificar resultados de cálculos mentales y algorítmicos, orales y escritos.

Números naturales y sus operaciones (segunda parte)

Lectura, escritura y orden de números naturales sin límite (incluso millones) y escrituras con coma para números grandes usadas en medios periodísticos (por ejemplo 4,5 millones). Exploración de la recta numérica.

Resolución de problemas que exijan multiplicar y dividir por la unidad seguida de ceros interpretando la información contenida en la escritura de los números (Por ejemplo determinar cociente y resto a partir de dividir cualquier número por 10, 100, 1000 sin hacer cuentas).

Difusión, exploración y comparación de variados algoritmos para sumar y restar favoreciendo la elección por parte del estudiante de cuáles escrituras parciales precisa hacer o de los cálculos intermedios escritos dejando a disposición como fuente de consulta ejemplos de diferentes técnicas para resolver una misma cuenta (sin requerir su dominio).

Resolución de problemas con muchos datos (presentados en enunciados verbales, gráficos, tablas o folletos) y que involucran varias operaciones usando la calculadora.

Estrategias diversas de cálculo mental oral y escrito para multiplicar y dividir números redondos. Uso de la calculadora para verificar resultados y explorar diferentes descomposiciones posibles para realizar un mismo cálculo.

Difusión, exploración y comparación de variados algoritmos para multiplicar y dividir favoreciendo la comparación de técnicas y la posibilidad del estudiante de decidir qué escrituras parciales precisa realizar en cada caso según los números involucrados sin exigir el dominio del algoritmo convencional ni la memorización de las tablas.

Cálculo estimativo de multiplicaciones y divisiones por medio del redondeo tanto para resolver problemas para los cuales no se requiere un resultado exacto como para anticipar y controlar resultados de cálculos exactos orales y escritos, mentales y algorítmicos.

Medidas (primera parte)

Resolución de problemas con unidades de medidas de uso social ligadas a las magnitudes de longitud, capacidad y peso (incluyendo aquellas conocidas o usadas por los propios estudiantes y relevando experiencias laborales o extraescolares de medición efectiva o de uso de medidas). Análisis del error y la aproximación como inherente a las mediciones efectivas.

Resolución de problemas que exijan vincular expresiones decimales y fraccionarias sencillas con unidades de medida de uso social. (Por ejemplo ¼ litro= 250 ml; 0,25 m = 25 cm; 1 ½ kg = 1500 g, etc.)

Números racionales (primera parte)

Resolución de problemas que exijan interpretar y producir sencillas expresiones con coma en los contextos del dinero y de las medidas de longitud y peso ($2,50 o 1,20 m) y expresiones fraccionarias (medios, cuartos y octavos) en el contexto de situaciones cotidianas con medidas de peso, longitud y capacidad.

Resolución de situaciones que exijan determinar equivalencias entre sencillas expresiones fraccionarias y decimales de uso social (1/2 =0,50; ¾= 0,75; ¼= 0,25; etc.) o realizar cálculos mentales (1 kg + ¼ kg + ½ kg + 250 g o 2 m+ 0,50 m + 1 ½ m)

Resolución de problemas que involucren usar las fracciones (medios, cuartos y octavos, tercios y sextos o quintos y décimos) en diferentes clases de problemas: repartos, relación parte y todo, proporcionalidad y medida.

Proporcionalidad (primera parte)

Resolución de sencillos problemas que involucran series proporcionales con números redondos por medio de sumas sucesivas, de composiciones y descomposiciones usando sumas, restas o multiplicaciones.

Exploración y explicitación de las propiedades de la proporcionalidad directa. Análisis de los límites de la proporcionalidad directa.

Resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa por medio de diferentes estrategias (y no usando exclusivamente la técnica de la regla de 3 simple)

Geometría (primera parte)

Exploración de algunas características de figuras geométricas en problemas que exigen identificar una figura entre otras y describirlas (lados rectos y lados curvos, cantidad de lados y vértices, congruencia de lados, etc.).

Exploración de características de cuerpos geométricos y de sus elementos (cantidad y forma de las caras, cantidad de vértices y aristas). Análisis de desarrollos planos de cubos y prismas para anticipar la posibilidad de construcción.

Reproducción, construcción o descripción de figuras que involucren identificar la circunferencia como el conjunto de puntos que equidistan de un centro y al círculo como el conjunto de puntos que están a igual o menor distancia de un centro (sin exigir precisión en dibujos ni en el uso de instrumentos geométricos).

Números naturales y sus operaciones (tercera parte)

Exploración de formas diversas de resolución de problemas más complejos que involucran a las cuatro operaciones (problemas sencillos de combinatoria o conteo, problemas de iteración o congruencia).

Resolución de problemas de varios pasos que involucren las cuatro operaciones. Comparación de las diferentes posibles formas de ordenar y escribir los cálculos. Análisis de la jerarquía de las operaciones (comparando resultados obtenidos con calculadora común y con calculadora científica de bolsillo o de la computadora).

Resolución de situaciones que pongan en juego el análisis de las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto explorando cálculos con datos diversos y analizando cantidad de soluciones en cada caso[3].

Exploración de las propiedades de las operaciones (explicitando los nombres de las mismas) al servicio de ampliar y sistematizar estrategias de cálculo mental y de poder anticipar la equivalencia o no de diversos cálculos.

Resolución de problemas - tanto contextualizados como puramente numéricos - que exijan usar múltiplos y divisores.

Exploración de algunos criterios de divisibilidad para poder anticipar la validez de ciertos cálculos y resultados sin hacer cuentas.

Números racionales (segunda parte)

Lectura, escritura y orden de escrituras decimales inicialmente a partir de contextos de uso social y luego en situaciones puramente matemáticas que permitan trabajar con varias cifras decimales.

Resolución de cálculos mentales sencillos que pongan en juego el análisis del valor posicional en expresiones decimales (por ejemplo sumar 0,1 o 0,001 a cualquier número o multiplicar cualquier "número decimal" por 10, 100, o 1000, etc.).

Análisis de las equivalencias entre fracciones decimales y escrituras decimales.

[3] Para este contenido ver Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Bs. As. (2007). "División en 5º y 6º año de la escuela primaria. Una propuesta para el estudio de las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto". Disponible en www.abc.gov.ar.

Representación en la recta numérica de expresiones decimales y fraccionarias.

Cálculos mentales de las cuatro operaciones con expresiones decimales y fraccionarias sencillas (2,5 x4; 12,75 + 2,25; 1y1/2 x 8; 2,200 x 4; 1,250 : 5; etc.)

Medidas (segunda parte)

Resolución de diversos problemas de longitud, capacidad y peso que exigen explorar y usar múltiplos y submúltiplos del metro, gramo y litro y sus equivalencias.

Análisis de la relación entre equivalencias de unidades de SIMELA, la proporcionalidad directa, la multiplicación y la división por la unidad seguida de ceros y el valor posicional del sistema de numeración.

Proporcionalidad (segunda parte)

Resolución de diversos problemas que favorezcan la revisión de las propiedades de la proporcionalidad directa.

Cálculos mentales y con calculadora de porcentajes, inicialmente con números redondos y luego elaborando técnicas para cualquier número.

Lectura e interpretación de gráficos de barras y circulares en contextos periodísticos. Exploración de programas informáticos para producir gráficos.

Exploración de las propiedades de la proporcionalidad inversa.

Uso e interpretación de gráficos de coordenadas para representar relaciones de proporcionalidad directa e inversa.

Análisis del uso de la proporcionalidad directa en problemas que involucran un comportamiento proporcional pero tienen un punto de partida distinto que cero (por ejemplo aquellos que exigen sumar un básico, como los de pago de servicios).

Resolución de sencillos problemas que exigen usar o analizar una escala para representar un objeto o un espacio (mapas, croquis, planos). Exploración de programas satelitales.

Geometría (segunda parte)

Resolución de problemas que involucran la reproducción, la construcción o la descripción de circunferencias, triángulos, cuadrados, rectángulos y paralelogramos. (Uso de instrumentos geométricos sin exigir precisión en los dibujos, o de manera indistinta, de programas informáticos).

Análisis de las propiedades de la suma de ángulos interiores de triángulos y cuadriláteros. Resolución de problemas que exijan deducir las medidas de ciertos ángulos a partir de informaciones dadas y propiedades.

Resolución de problemas que exijan usar la clasificación de triángulos según sus lados y ángulos (sin exigir su memorización) para explorar cantidad de soluciones en ciertas construcciones o para deducir medidas de elementos de las figuras. Exploración de la propiedad de los lados de un triángulo.

Resolución de problemas que exigen usar y analizar diferentes clasificaciones de cuadriláteros según sus lados, sus ángulos o sus diagonales (sin exigir su memorización).

Números racionales (tercera parte)

Revisión del cálculo mental de las cuatro operaciones con expresiones fraccionarias y decimales.

Exploración de la propiedad de la densidad de los números racionales (en términos de que “siempre es posible encontrar números entre dos números racionales”).

Comparación entre el “funcionamiento” de los números naturales y de los números racionales y análisis de algunos errores típicos que surgen al extender relaciones de un campo al otro (Por ejemplo suponer que 1,99999 es mayor que 2; considerar que 1,4 + 1,7= 2,11; no contemplar que multiplicar por un número menor que 1 “achica” el número, etc.)

Cálculos mentales y exploración de técnicas algorítmicas de multiplicación entre expresiones decimales y entre fracciones en el contexto del área y de la proporcionalidad directa.

Medidas (tercera parte)

Resolución de problemas que permitan explorar las nociones de área y perímetro y establecer la independencia entre sus variaciones.

Resolución de problemas que exijan determinar las medidas de superficies usando las unidades cm^2, m^2 y hectárea en contextos de uso social. Estimación de medidas de área.

Elaboración y uso de diferentes fórmulas para el cálculo de áreas de triángulos, cuadrados, rectángulos y paralelogramos (sin exigir la memorización).

Determinación de volúmenes de prismas rectangulares usando las unidades cm^3 y m^3 en contextos de uso social. Estimación de medidas de volumen.

VII. Bibliografía consultada sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática a jóvenes y adultos.

Ávila, A. (1990). "El saber matemático de los adultos analfabetos. Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo", en *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, vol. XX, Nº 3: 55-95. México DF.

Ávila, A. (1996). "Fundamentos y retos para transformar el currículum de matemáticas en la educación de jóvenes y adultos", en Vargas, J.; Rivero, J. y Aguilera, M. (Comp.): *Construyendo la modernidad educativa en América Latina. Nuevos desarrollos curriculares para la educación de jóvenes y adultos*. Unesco, Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe. Versión mimeo.

Ávila, A. (1997). "Repensando el currículo de matemáticas para la educación de los adultos", en UNESCO-Santiago (ed.), *Conocimiento matemático en la Educación de Jóvenes y adultos* 101-118. Santiago de Chile, UNESCO.

Ávila, A. (2001). "El maestro y el contrato en la teoría brousseauniana", en *Educación Matemática,* vol. 13, N° 3: 5-21. México DF, Ed. Iberoamérica.

Ávila, A. (2003a). "Cálculo escrito y pérdida de significación" en *Revista Decisio. Saberes para la acción en Educación de Adultos*. Nº Primavera 2003: 22-26. México DF.

Ávila, A. (2003b). "Matemáticas y educación de jóvenes y adultos", en *Revista Decisio. Saberes para la acción en Educación de Adultos.* Nº Primavera 2003: 5-7. México DF.

Block Sevilla, D. y Palmas Pérez, S. (2011a). *Acceso a la representación escrita de los números. Una secuencia didáctica para adultos de baja o nula escolaridad. Primera parte: números hasta 20.* Ponencia presentada en el XI Congreso Nacional de Investigación Educativa, Monterrey.

Block Sevilla, D. y Palmas Pérez, S. (2011b). *Acceso a la representación escrita de los números. Una secuencia didáctica para adultos de baja o nula escolaridad. Segunda parte: números mayores que 20.* Ponencia presentada en el XI Congreso Nacional de Investigación Educativa, Monterrey.

Block, D. y Nemirovksy, M. (1988). "Algunos procedimientos y representaciones de adultos no alfabetizados", en *Memorias de la Segunda Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*: 255-261. Guatemala.

Broitman, C. (2007a). *Cálculo Mental. Material para alumnos adultos de 3º ciclo de la escolaridad primaria*. Dirección de Currícula. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

Broitman, C. (2007b). *La enseñanza del Cálculo Mental para alumnos adultos de 3º ciclo de la escolaridad primaria*. Documento curricular para docentes. Dirección de Currícula. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

Broitman, C. (2011). “Notas para un debate sobre la enseñanza de la matemática en la escuela primaria de adultos”, en *Revista Digital Educación, Cultura y Participación Social*, Nº3, Fundación Democracia. Buenos Aires.

Broitman, C. (2012). *Adultos que inician la escolaridad: sus conocimientos aritméticos y la relación que establecen con el saber y con las matemáticas.* Tesis doctoral. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. Universidad Nacional de La Plata.

Carraher, T.; Carraher, D. y Schliemann, A. (1991). “En la vida diez, en la escuela cero. Los contextos culturales del aprendizaje de las matemáticas”, en Carraher, T.; Carraher, D. y Schliemann, A. *En la vida diez, en la escuela cero*. México DF, Siglo XXI.

D'Ambrosio, U. (1997). “Globalización, educación multicultural y etnomatemática”, en *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos*. Santiago de Chile, UNESCO.

De Agüero, M. (2002). *La enseñanza de las matemáticas en la educación de personas adultas. Un modelo dialógico*. Tesis doctoral. Barcelona, Facultad de Pedagogía. Universidad de Barcelona.

De Agüero, M. (2003). “Interpretación y retos de las etnomatemáticas para la educación básica de adultos”, en *Revista Decisio. Saberes para la acción en Educación de Adultos*. Nº Primavera 2003: 41-45. México DF.

Delprato, M. F. (2002). “*Los adultos no alfabetizados y sus procesos de acceso a la simbolización matemática*”. Tesis de maestría en Ciencias con especialidad en investigaciones educativas. México DF, CINVESTAV.

Delprato, M. F. (2005). “Educación de Adultos: ¿saberes matemáticos previos o saberes previos a los matemáticos?”, en *Revista RELIME*, vol. 8, Nº 2: 129-144.

Delprato, M.F. y Fuenlabrada, I. (2005): “Tres mujeres adultas y sus diferentes acercamientos a los números y las cuentas”, *Educación Matemática*, año/vol17, Nº3: pp 25-51, México DF, Santillana.

Delprato, M. F. y Fuenlabrada, I. (2008). “Así le hacemos nosotros: prácticas de numeración escrita en organizaciones productivas de mujeres con baja escolaridad”, *Cuadernos de Educación*, Año VI, N° 6: 337-349.

Dirección General de Cultura y Educación (2008). *Diseño Curricular para la Educación Primaria*. Gobierno de la Provincia de Buenos Aires.

Ferreiro, E. (1983). *Los adultos no alfabetizados y sus conceptualizaciones del sistema de escritura*, Cuaderno DIE N° 10. México DF, DIE - CINVESTAV.

Gobierno de la Provincia de Córdoba (2008). *Propuesta Curricular. Alfabetización y Nivel Primario. Educación Permanente de Jóvenes y Adultos.*

Jóia, O. (1997). “Cuatro preguntas sobre la educación matemática de jóvenes y adultos”, en *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos*. Santiago de Chile, UNESCO.

Knijnik, G. (2003). “Educación de personas adultas y etnomatemáticas”, *en Revista Decisio. Saberes para la acción en Educación de Adultos*, Nº Primavera 2003: 5-11. México DF.

Lahire, B. (2008). "El 'iletrismo' o el mundo social desde la cultura", en *Archivos de Ciencias de la Educación*, 4ta época, Nº 2, Año 2: 11-24, UNLP.

Luchesi de Carvalho, D. (1997). "El conocimiento matemático de la práctica y el conocimiento matemático escolar desde la perspectiva del salón de clase", en *Conocimiento matemático en la Educación de Jóvenes y adultos.* Santiago, Chile, UNESCO.

Mariño, G. (2003). "La educación matemática de jóvenes y adultos. Influencias y trayectos", en *Revista Decisio. Saberes para la acción en Educación de Adultos,* Nº Primavera 2003: 27-32. México DF.

Palmas, S. (2011). *De la representación oral de los números a la escrita. Un estudio didáctico con dos adultos de baja o nula escolaridad.* Tesis de Maestría. México DF, DIE, CINVESTAV, IPN.

Schliemann, A. (1991). "Escolarización formal versus experiencia práctica en la resolución de problemas", en Carraher, T.; Carraher, D. y Schliemann, A. *En la vida diez, en la escuela cero*. México DF, Siglo XXI.

Soto Cornejo, I. y Rouche, N. (1995). "Problemas de Proporcionalidad resueltos por campesinos chilenos", en *Educación Matemática*, Nº1, vol. 7: 77-95. México DF.